

作业四 (提示)

练习7.3

1.

(2)

求出 z'_x 和 z'_y , 然后分别带入即可。

(3)

解法和 (2) 类似。

(4)

类似。

2.

(1)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\cos \frac{y}{x} \right) \cdot \sin \frac{x}{y} + \cos \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\sin \frac{x}{y} \right) = \dots$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \dots$$

(3)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x + \ln y} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (x + \ln y) = \dots$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \dots$$

(6)

类似。

3.

这里的 v 实际上是单位向量。注意到 $\frac{\partial f}{\partial v}$ 等于 f 的梯度和 v 的内积。这里 f 在 $(1, 1)$ 处梯度是固定易计算的。给定一个向量 u ，另外一个单位向量 v 垂直时，内积绝对值最小为 0；方向相同时，内积最大；方向相反时，内积最小。

4.

(1)

分别算出 x 和 y 方向偏导即可。或者直接根据微分算子 d 的性质来计算。

(2)

同上。

(4)

同上。

6.

(1)

$1.02 = 1 + 0.02$ ， $4.05 = 4 + 0.05$ 。对于 $z = x^y$ ，考虑在 $(1, 4)$ 处的全微分近似算法。

练习7.4

1.

(2)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y}$$

(4)

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt}$$

2.

(3)

直接计算并验证即可。

(4)

同上。

3.

(4)

隐函数求导标准解法：等式两边同时取全微分，然后 ... 。

4.

(4)

等式两边同时取全微分，然后将 dz 项移到等式一边，然后 ... 。